

Análisis Cinemático Directo del Robot RV-2AJ de Mitsubishi Utilizando Teoría de Screws

Luis Villalobos, Karen Pimentel, Oscar Rivera, Manuel Cardona
Facultad de Ingeniería, Universidad Don Bosco, El Salvador, C.A.

Resumen— En el presente artículo se realiza un análisis de la cinemática directa del robot RV-2AJ de Mitsubishi. Se presenta la metodología basada en la teoría de Screws y luego se aplica al análisis del robot. Además se presenta el programa creado en MATLAB como herramienta para realizar pruebas de la posición y orientación final.

Índice de términos— Cinemática Directa, Screws, Fórmula de Rodrigues, Simulador, MATLAB.

I. INTRODUCCION

UN robot serial consiste de una serie de barras rígidas unidas por articulaciones, generalmente de un grado de libertad de tipo rotacional o prismática. Un extremo del robot se fija a la base mientras que el otro extremo se puede mover libremente, formando una cadena cinemática abierta.

Para que un robot efectúe una tarea determinada, es necesario establecer la relación espacial entre la base del robot y el efector final. Al estudio de dicha relación se le conoce como análisis cinemático.

El análisis cinemático de un robot manipulador consiste en el estudio del movimiento de este con respecto a un marco de referencia sin considerar las fuerzas que provocan el movimiento. Es decir, estudia la relación entre la posición de los actuadores y la posición del efector final, debido a que se puede tener como incógnita la posición de los actuadores conocida la posición de la plataforma móvil o viceversa, la cinemática se puede clasificar en cinemática directa o inversa.

El problema de la cinemática directa que es el analizado en este documento, consiste en encontrar la posición y orientación del efector final conocidas las posiciones de los actuadores.

Aunque existen algunos métodos propuestos para resolver el problema de la cinemática de un robot serial, tales como el método geométrico o el de Denavit y Hartenberg, en la presente investigación se describe el cálculo de la cinemática de robots manipuladores utilizando el método de Screws sucesivos [1] el cual es muy sistemático.

El presente artículo está organizado de la siguiente manera, primero se obtiene la matriz de transformación basada en la fórmula de Rodrigues, luego se describe el concepto de screws sucesivos y se aplica para el cálculo de la cinemática directa del robot RV-2AJ. Para validar el método planteado, se asignan valores reales al robot a través del 'Teach Pendant', los cuales se comparan con los valores obtenidos mediante el programa creado en MATLAB.

II. LA MATRIZ DE TRANSFORMACION Y LOS PARAMETROS SCREWS

El teorema de Chasles plantea que el movimiento general de un cuerpo rígido puede ser definido por una rotación en torno a un eje único y una traslación a lo largo del mismo eje, este movimiento combinado es llamado desplazamiento Screw o Twist, el eje único es llamado eje Screw de desplazamiento.

A partir del concepto anterior, se puede determinar una matriz de transformación que relacione la rotación y traslación de un punto solidario a un cuerpo móvil con respecto a un marco de referencia fijo.

Para ello, considérese el sistema de referencia OXYZ mostrado en la Fig.1, donde $s = [s_x \ s_y \ s_z]^T$ denota un vector unitario a lo largo de la dirección del eje screw y $s_0 = [s_{0x} \ s_{0y} \ s_{0z}]^T$ es un vector de posición que ubica un punto perteneciente al eje screw.

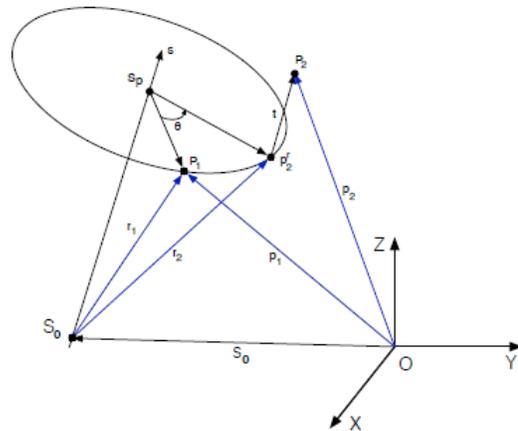


Fig. 1. Diagrama vectorial de un desplazamiento en el espacio

En la figura se ha considerado un punto P el cual ha sido desplazado desde la posición P_1 a P_2 mediante una rotación de un ángulo θ alrededor de un eje Screw, seguido de una traslación t paralela al mismo eje. Nótese que la rotación desplaza al punto P desde P_1 a P_1' , mientras que la traslación desplaza al punto P desde P_1' a P_2 .

El ángulo de rotación θ y la distancia de traslación t son los llamados parámetros Screws. El desplazamiento general de un cuerpo rígido queda definido completamente conociendo el eje y los parámetros de Screws.

Para determinar la matriz de transformación que la relacione la ubicación del punto P_1 a P_2 se considera que el desplazamiento se puede modelar con una rotación seguida de una traslación.

En el caso de la rotación de P_1 a P_2 (ver Fig. 1), y conociendo el eje screw, la ubicación de P_1 desde S_0 y el ángulo rotado, la nueva ubicación del punto P desde S_0 , se puede determinar a través de la fórmula de Rodrigues para un desplazamiento esférico dada por:

$$r_2 = r_1 \cos\theta + s \times r_1 \sin\theta + s(r_1^T s)(1 - \cos\theta) \quad (1)$$

Para la traslación, a partir de la Fig.1 podemos observar que:

$$r_1 = p_1 - s_0 \quad (2)$$

$$r_2 = p_2 - s_0 - t_s \quad (3)$$

Sustituyendo (2) y (3) en (1), y resolviendo para p_2 resulta que:

$$p_2 = s_0 + t_s + (p_1 - s_0)\cos\theta + s \times (p_1 - s_0)\sin\theta + s[(p_1 - s_0)^T s](1 - \cos\theta) \quad (4)$$

La expresión dada por (4) permite determinar la posición final del punto P y se conoce como la fórmula de Rodrigues para el desplazamiento general de un cuerpo rígido, esta expresión posee de manera implícita la rotación y traslación. Reescribiendo (4) en forma matricial tenemos que:

$$p_2 = [I\cos\theta + \tilde{s} \sin\theta + s's(1 - \cos\theta)](p_1 - s_0) + s_0 + t_s \quad (5)$$

Dónde:

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \tilde{s} = \begin{bmatrix} 0 & -s_z & s_y \\ s_z & 0 & -s_x \\ -s_y & s_x & 0 \end{bmatrix}, s = \begin{bmatrix} s_x \\ s_y \\ s_z \end{bmatrix}$$

Además, en (5) la expresión $[I\cos\theta + \tilde{s} \sin\theta + s's(1 - \cos\theta)]$ es la llamada matriz de rotación. Por lo tanto, si hacemos un cambio de variables de P_1 por ${}^B p$ y P_2 por ${}^A p$, la ecuación (5) se puede reescribir como:

$${}^A p = A_{RB} {}^B p + A_q \quad (6)$$

El primer término de (6) corresponde a la rotación mientras que el segundo término a la traslación.

Finalmente, la expresión (6) se puede escribir como una transformación homogénea si se realizan las operaciones indicadas, es decir:

$${}^A p = T B_p \quad (7)$$

Donde T es la matriz de transformación homogénea que permite conocer la localización de un punto P respecto a un marco de referencia fijo, conocida la localización de dicho punto en un marco de referencia móvil. La matriz T es una matriz de dimensión 4×4 , cuyos elementos están dados por:

$$\begin{aligned} a_{11} &= (s_x^2 - 1)(1 - \cos\theta) + 1, \\ a_{12} &= s_x s_y (1 - \cos\theta) - s_z \sin\theta, \\ a_{13} &= s_x s_z (1 - \cos\theta) + s_y \sin\theta, \\ a_{14} &= t s_x - s_{0x}(a_{11} - 1) - s_{0y} a_{12} - s_{0z} a_{13}, \\ a_{21} &= s_y s_x (1 - \cos\theta) + s_z \sin\theta, \\ a_{22} &= (s_y^2 - 1)(1 - \cos\theta) + 1, \\ a_{23} &= s_y s_z (1 - \cos\theta) - s_x \sin\theta, \\ a_{24} &= t s_y - s_{0x} a_{21} - s_{0y}(a_{22} - 1) - s_{0z} a_{23}, \\ a_{31} &= s_z s_x (1 - \cos\theta) - s_y \sin\theta, \\ a_{32} &= s_z s_y (1 - \cos\theta) - s_x \sin\theta, \\ a_{33} &= (s_z^2 - 1)(1 - \cos\theta) + 1, \\ a_{34} &= t s_z - s_{0x} a_{31} - s_{0y} a_{32} - s_{0z}(a_{33} - 1), \\ a_{41} &= 0, a_{42} = 0, a_{43} = 0, a_{44} = 1 \end{aligned} \quad (8)$$

Los elementos de la matriz T se pueden calcular conociendo el eje y los parámetros screws. La submatriz superior izquierda de orden 3×3 de T (T(1:3,1:3)) representa la rotación del cuerpo rígido, mientras que la submatriz superior derecha de orden 3×1 (T(1:3,4)), representa la traslación del sistema móvil.

Por otra parte, según Tsai [2], conocido el desplazamiento espacial de un cuerpo rígido en términos de la matriz de rotación ${}^A R_B$ y un vector de traslación ${}^A q$, es posible calcular el eje y los parámetros screws. El ángulo de rotación vendrá dado por:

$$\theta = \cos^{-1} \frac{a_{11} + a_{22} + a_{33} - 1}{2} \quad (9)$$

A partir de (9) se pueden obtener dos soluciones para θ , en la cual una es el valor negativo de la otra. Conocido el valor de θ , la dirección del eje screw se puede calcular como:

$$s_x = \frac{a_{32} - a_{23}}{2\sin\theta}, s_y = \frac{a_{13} - a_{31}}{2\sin\theta}, s_z = \frac{a_{21} - a_{12}}{2\sin\theta} \quad (10)$$

Luego, la distancia de traslación se puede calcular por:

$$t = q^T s \quad (11)$$

La localización del eje screw se puede encontrar resolviendo un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas, tomando cualquier par de ecuaciones dadas por a_{14} ; a_{24} ; a_{34} .

III. SCREW SUCESIVOS

El concepto de screws sucesivos se puede aplicar al análisis cinemático de robots seriales, el método consiste en encontrar una matriz de transformación para cada articulación, dada por el eje screw y la variable articular. Luego, la matriz de transformación global que relaciona el sistema fijo con el móvil vendrá dada por la pre-multiplicación de las matrices de las articulaciones.

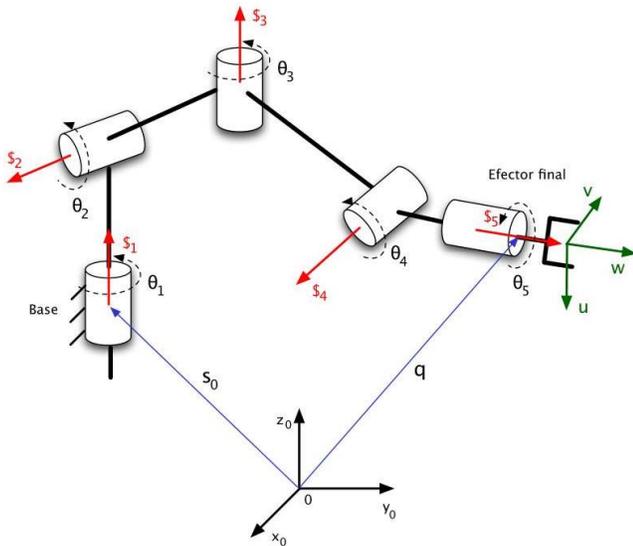


Fig. 2. Ejes Screw de un robot serial

Para entender el método de los screw sucesivos considérese la Fig. 2. Primero se deberá escoger un marco de referencia fijo y una posición de referencia del robot. Aunque la posición de referencia del robot se puede elegir arbitrariamente, es conveniente que se escoja una posición donde las coordenadas de todas las articulaciones se puedan identificar fácilmente.

Considerando que el robot se desplaza desde la posición de referencia a una nueva posición deseada, este desplazamiento se puede considerar como el resultado de n desplazamientos screws, correspondientes a la rotación de cada articulación alrededor de su eje.

Por lo tanto, para cada articulación se deberá de identificar el eje de la articulación -eje screw-, y el vector de posición de cada eje, el cual es medido desde el marco de referencia fijo, una vez calculados los parámetros screws se puede calcular la matriz de transformación homogénea para cada articulación.

Debido a que todos los desplazamientos screws se dan respecto a la posición de referencia, la matriz de transformación homogénea global vendrá dada por el producto de la matriz de transformación de cada articulación, es decir:

$$T = T_1 T_2 T_3 T_4 T_5 \quad (12)$$

La cinemática directa del robot se puede calcular directamente a partir de (12) conocidas las variables articulares.

IV. EL ROBOT RV-2AJ DE MITSUBISHI

El robot RV-2AJ es un robot del tipo serial fabricado por la empresa Mitsubishi, este robot posee 5 grados de libertad, cada uno de los grados se encuentran en una articulación del tipo rotacional, tal como se muestra en la Fig. 3.

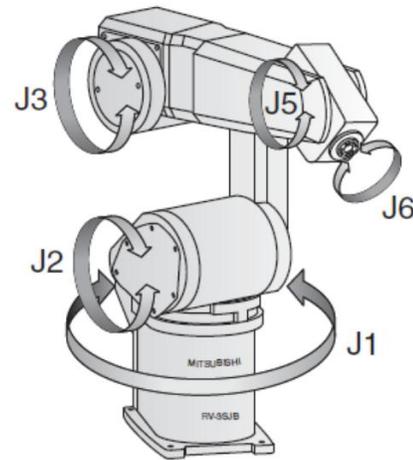


Fig. 3. Robot serial RV-2AJ de Mitsubishi.

Los grados de Libertad de un mecanismo se pueden calcular según Grüebler [3] y Kutzbach[4], a partir de:

$$GDL = \lambda(n - j - 1) \sum_{i=1}^j f_i \quad (13)$$

Donde:

λ : Grados de libertad del espacio de trabajo del mecanismo

n : número de eslabones del mecanismo incluida la base

j : número de articulaciones

f_i : Grados de libertad permitidos en la articulación i

En el caso del robot RV-2AJ tenemos que $\lambda=5, n=6, j=5, \sum_{i=1}^j f_i = 5$ (uno por cada articulación).

Por lo que el número de grados de libertad según (13) son:

$$GDL = (5)(6 - 5 - 1) + 5 \quad (14)$$

Dentro de las características más importantes del RV-2AJ se encuentran:

- Grados de libertad: 5
- No posee cuarta articulación J4
- Repetividad: ± 0.02
- Velocidad resultante máxima: 2100 mm/s
- Rango de movilidad (grados):
J1=300(-150 a +150), J2=180(-60 a +120),
J3=230(-110 a +120), J5=180(-90 a +90),
J6=400(-200 a +200)
- Velocidad máxima por articulación(grados/seg):
J1=180, J2=90, J3=135, J5=180, J6=210
- Capacidad de carga máxima: 2Kg

V. CINEMÁTICA DIRECTA

La cinemática directa tiene como objetivo encontrar la posición (x, y, z) y orientación (*roll, pitch, yaw*) del efector final conocidos los valores de las variables articulares $(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_5, \theta_6)$.

Para comenzar el análisis se debe seleccionar una posición de referencia, la posición es arbitraria y se debe elegir una posición donde se pueda identificar con facilidad las coordenadas de las articulaciones y del efector final.

Para mostrar la aplicación del método considérese la posición mostrada en la Fig. 4 como la posición de referencia. Adviértase que se ha tomado esa posición de referencia ya que es la posición real de "HOME" establecida por el fabricante, la posición Home es la posición donde todas las articulaciones tienen sus ángulos con un valor de cero grados.

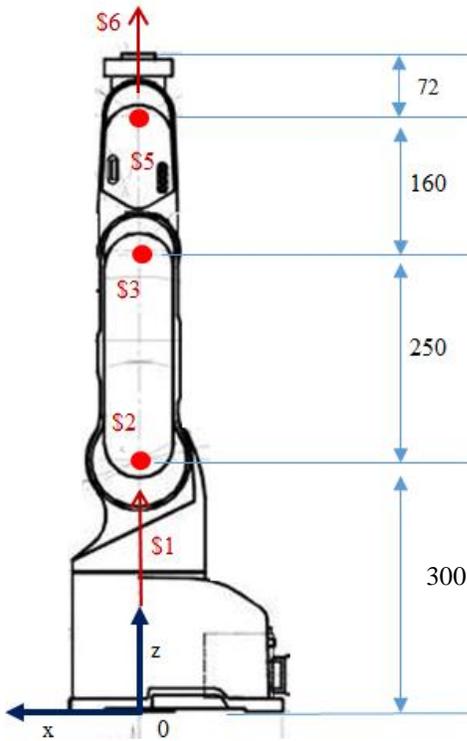


Fig. 4. Posición de referencia del robot RV-2AJ (Dimensiones en mm)

El análisis comienza identificando el eje de giro de cada articulación, ese será el eje screw, y luego localizado el vector de posición del eje screw, este vector de posición será un vector que va desde el sistema de referencia fijo hacia cualquier punto del eje screw.

Se puede observar según la Fig. 4 que los ejes de la primera y sexta articulación, \$1 y \$6 apuntan en la dirección positiva del eje z, mientras que los ejes de la segunda tercera y quinta articulación, \$2, \$3 y \$5, apuntan en la dirección positiva del eje y, es decir hacia fuera del papel.

La posición de referencia del efector final respecto al sistema de referencia fijo viene dada por,

$$\begin{aligned} u &= [1, 0, 0]^T, \quad v = [0, 1, 0]^T, \quad w = [0, 0, 1]^T \quad \text{y} \\ p_0 &= [0, 0, 782]^T \quad (15) \end{aligned}$$

Considerando esta posición de referencia, la posición de los ejes screw de las articulaciones con respecto al sistema fijo se muestran en la Tabla 1.

TABLA I
EJES SCREWS DEL ROBOT RV-2AJ

Articulation	Eje Screw (S_i)	Vector de posición del eje (S_{0i})
J_1	[0, 0, 1]	[0, 0, 0]
J_2	[0, 1, 0]	[0, 0, 300]
J_3	[0, 1, 0]	[0, 0, 550]
J_5	[0, 1, 0]	[0, 0, 710]
J_6	[0, 0, 1]	[0, 0, 782]

Sustituyendo en (8) los valores de las coordenadas de los ejes (Tabla 1), obtenemos las matrices de transformación, es decir,

$$\begin{aligned} T_1 &= \begin{bmatrix} C\theta_1 & -S\theta_1 & 0 & 0 \\ S\theta_1 & C\theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \\ T_2 &= \begin{bmatrix} C\theta_2 & 0 & S\theta_2 & -300S\theta_2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -S\theta_2 & 0 & C\theta_2 & -300(C\theta_2 - 1) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \\ T_3 &= \begin{bmatrix} C\theta_3 & 0 & S\theta_3 & -550S\theta_3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -S\theta_3 & 0 & C\theta_3 & -550(C\theta_3 - 1) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \\ T_5 &= \begin{bmatrix} C\theta_5 & 0 & S\theta_5 & -710S\theta_5 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -S\theta_5 & 0 & C\theta_5 & -710(C\theta_5 - 1) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \\ T_6 &= \begin{bmatrix} C\theta_6 & -S\theta_6 & 0 & 0 \\ S\theta_6 & C\theta_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (16)$$

Donde se ha considerado que $C\theta = \cos\theta$ y $S\theta = \sin\theta$.

La matriz de transformación homogénea vendrá dada por:

$$T = T_1 T_2 T_3 T_5 T_6 \quad (17)$$

Una vez determinada la matriz de transformación global es posible encontrar la posición y orientación del efector final, en el caso de la posición del efector final está dada por,

$$p = T p_0 \quad (18)$$

Donde $p_0 = [0, 0, 782]^T$. Para encontrar la orientación del efector final podemos comenzar determinando la matriz de rotación, la cual vendrá dada por,

$$R = T(1:3, 1:3) \text{Rot}(z, 90^\circ) \quad (19)$$

Donde,

$$R = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} \\ t_{21} & t_{22} & t_{23} \\ t_{31} & t_{32} & t_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos 90^\circ & -\text{sen} 90^\circ & 0 \\ \text{sen} 90^\circ & \cos 90^\circ & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (20)$$

Finalmente si se consideran los elementos de (20) como,

$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \quad (21)$$

Los ángulos de Euler (Roll (ψ), Pitch (θ), Yaw (ϕ)) se pueden determinar a partir de,

$$\begin{aligned} \theta &= \text{sen}^{-1}(-r_{31}) \\ \psi &= \text{atan2}(r_{32}/c\theta, r_{33}/c\theta) \\ \phi &= \text{atan2}(r_{21}/c\theta, r_{11}/c\theta) \end{aligned} \quad (22)$$

VI. ALGORITMO COMPUTACIONAL

Con el fin de poder implementar la resolución de la cinemática directa se desarrolla una función en MATLAB R2013b. La función toma como argumentos de entrada los ángulos de los actuadores.

Dicha función da como resultado la posición del sistema ubicado en el extremo del robot con respecto al sistema de referencia situado en la base. La función está compuesta por 33 líneas de código y apoyada por otras funciones incluidas en la Toolbox de robótica creada por el Mcs. Manuel Napoleón Cardona. La función creada tiene la siguiente sintaxis:

$$\begin{aligned} [pos \ ori] &= rv2aj(q) \\ q &= [q1 \ q2 \ q3 \ q5 \ q6] \end{aligned} \quad (23)$$

Donde $q1, q2, q3, q5$ y $q6$ son los valores articulares de cada junta en grados, "pos" es un vector que contiene las coordenadas del sistema móvil del actuador con respecto al sistema de referencia de la base, y ori es un segundo vector que contiene los valores de los ángulos de Euler que representan el Roll, Pitch y Yaw del sistema móvil.

VII. PRUEBAS REALIZADAS

Para verificar las ecuaciones obtenidas se tomaron 5 configuraciones articulares con posiciones reales y alcanzables por el robot, los valores se asignaron al robot (Fig. 5) haciendo uso del Teach Pendant, de donde se obtuvo la posición y orientación real del actuador final.

Posteriormente, los valores del estado de los actuadores para cada configuración fueron asignados al argumento de la función en MATLAB para verificar la solución a la cinemática. En la Tabla 2 se muestran los conjuntos de valores asignados a las articulaciones, mientras que los resultados obtenidos para la posición y orientación se muestran en la Tabla 3 y 4 respectivamente.

Basándose en los resultados se observa que la diferencia entre los valores reales y los obtenidos por la función de MATLAB es mínima y se pueden tomar como aproximaciones, con lo cual se verifica que la solución propuesta a la cinemática directa es correcta.

VIII. CONCLUSIONES

En el presente artículo se demostró otro tipo de solución a la cinemática directa de robots seriales haciendo uso de Screws sucesivos. Se definieron los parámetros screws y la matriz de transformación basada en la fórmula de Rodrigues, se escogió como robot de prueba el robot RV-2AJ de Mitsubishi.



Fig. 5. Posición de "Home" del Robot RV-2AJ en el iCIM Lab de la Universidad Don Bosco

TABLA II
ÁNGULOS DE PRUEBA ASIGNADOS A LAS ARTICULACIONES

Prueba	J1	J2	J3	J4	J5
1	0	0	0	0	0
2	0,06	12,1	110,3	-29,57	0,13
3	-89,98	27,83	90,68	-28,44	0,64
4	-90,54	28,11	90,1	-26,48	0,94
5	-80,15	28,1	79,27	-14,6	-0,26

TABLA III
POSICIÓN DEL EFECTOR FINAL

Prueba	Coordenada en x		Coordenada en y		Coordenada en z	
	xreal	xfun	yreal	yfun	zreal	zfun
1	0	0	0	0	782	782
2	259.4	259.4092	0.28	0.2717	455.16	455.1587
3	0.1	0.1150	-329.3	-329.3098	444.64	444.6263
4	-3.12	-3.1172	-330.75	-330.7393	442.68	442.7048
5	58.55	58.5694	-337.33	-337.3254	469.28	469.2856

TABLA III
ORIENTACION DEL EFECTOR FINAL

Prueba	A		B	
	Areal	Afsim	Breal	Bsim
1	0	0	0.01	0
2	0.12	-0.1298	92.83	92.83
3	0.75	-0.64	90.07	90.02
4	3.68	-0.9394	91.73	91.73
5	3.62	0.2597	92.77	92.77

REFERENCIAS

- [1] Cardona, Manuel. N. (2012). Solución a la Cinemática Directa de Robots Seriales Utilizando Screws Sucesivos
- [2] Lung-Wen Tsai (1999). Robot Analysis, The Mechanics of Serial and Parallel Manipulators. John Wiley and Sons, Inc.
- [3] Grübler M. (1917). Getriebelehre, Springer-Verlag, Berlin.
- [4] Kutzbach K. (1929). Mechanische Leitungsverzweigung Maschinenbau, Der Bertreib 8, No. 21, pp. 701-716.

Se tomó en cuenta la posición de referencia o “home” del robot y se determinaron las dimensiones reales del robot y las coordenadas de las juntas para ubicar los ejes screws, luego se calcularon las matrices de transformación y haciendo uso de estas se encontró la solución a la cinemática directa.

La posición de referencia para el desarrollo del análisis de cinemática directa se puede tomar al azar. Pero, es preferible escoger una posición que permita determinar fácilmente las dimensiones y configuración del robot, además de la posición de los actuadores. En el presente artículo se tomó una posición de referencia basado en la posición de referencia real dada por el fabricante (Fig. 5), para verificar los resultados obtenidos posteriormente.

Según las pruebas realizadas (Tablas 2, 3 y 4) se pudo comprobar que el método para el cálculo de la cinemática directa desarrollado en el presente artículo proporciona resultados aceptables.

Aunque el método más popular para el cálculo de la cinemática directa de robots seriales es el de Denavit y Hartenberg, dicho método resulta propenso a cometer errores cuando se escogen los sistemas de referencia. Además, seguir el algoritmo que los autores plantean no es simple para robots con muchos grados de libertad y a veces resulta confuso.

El método de los screws sucesivos es mucho más simple de aplicar, primero se identifica el eje de cada articulación y el vector de posición del eje screw, el cual se mide desde el sistema de referencia fijo (sistema de la base) a cualquier punto del eje screw, y luego se aplica la fórmula de Rodrigues para determinar las matrices de transformación.

Finalmente, se demostró que el método analizado en el presente artículo es un método sistemático, y mucho más fácil de aplicar para el cálculo de la cinemática directa de robots seriales.

IX. AGRADECIMIENTOS

Los autores quieren agradecer a la Universidad Don Bosco (UDB) por facilitar el uso del robot RV-2AJ del laboratorio “iCIM Lab” certificado por FESTO, para realizar las pruebas.