

# Dimensional Synthesis of 3RRR Planar Parallel Robots for Well-Conditioned Workspace

M. N. Cardona, *Member, IEEE*

**Abstract**— In this paper an exhaustive singularity analysis of a 3RRR planar parallel robot is performed. The Jacobian matrix using the Screw theory is obtained and an effective method for singular configurations analysis based on a condition index of the Jacobian matrix is presented. Finally, a new similarity law that allows the workspace optimization free of singular configurations and the working mode selection is presented. Furthermore, MATLAB as a testing tool and programming language is used.

**Keywords**— Paralell Robot, Inverse Kinematic, Workspace, Screw Theory, Twist, Wrench, Jacobian Matrix, Singularity.

## I. INTRODUCCIÓN

**M**ECÁNICAMENTE un robot está formado por una serie de elementos o eslabones unidos mediante articulaciones que permiten un movimiento relativo entre cada par de eslabones sucesivos, la forma en la que los eslabones se encuentran conectados permite establecer si éste es de cadena cinemática abierta o cerrada. Un robot que posee una cadena cinemática abierta es llamado robot serial, y son los clásicos manipuladores encontrados en la industria, mientras que si posee una cadena cinemática cerrada es llamado robot paralelo, esto es cuando un eslabón se encuentra conectado con cualquier otro por más de una forma.

Aunque la mayor parte de los robots o manipuladores industriales que se han utilizado, son brazos articulados con estructura serial, el desarrollo de robots con estructura paralela se encuentra actualmente en un momento muy importante. Entre algunas de las aplicaciones de los robots paralelos están: los simuladores de vuelo, procesos de manufactura, y algunas herramientas para cirugía en las cuales se necesita alta precisión de posicionamiento.

Los robots paralelos presentan diferentes ventajas respecto a los robots seriales, los robots paralelos proporcionan mayor capacidad de carga, elevada velocidad y alta precisión de posicionamiento. Sin embargo, presentan algunas inconvenientes, como el reducido espacio de trabajo, la dificultad en la solución de la cinemática directa y el análisis de las configuraciones singulares

Una de las más grandes preocupaciones en el diseño de robots paralelos es el análisis de las configuraciones singulares, ya que un análisis adecuado permitirá obtener las dimensiones óptimas y facilitará la planificación de

trayectorias y control del Robot [1].

Las configuraciones singulares son aquellas configuraciones en las cuales el robot pierde o gana uno o más grados de libertad instantáneamente, perdiendo rigidez y capacidad de movilidad y trabajo para el cual se diseñó. Además, como comenta Yang [2], existe una compleja configuración singular la cual aparece dentro del espacio de trabajo, separándolo en pequeñas regiones y reduciéndolo aún más, pudiendo llegar al grado en el cual el robot sea totalmente inoperable.

Las configuraciones singulares dentro del espacio de trabajo dependerán de las dimensiones del robot, por lo que la selección adecuada de éstas será un factor crítico para optimizar el espacio de trabajo.

Este artículo está organizado de la siguiente manera. Primero se estudia la geometría del robot, luego se obtienen las matrices Jacobianas utilizando la teoría de Screws, posteriormente se analizan las matrices Jacobianas para estudiar las singularidades.

Luego, se define el Índice de Condición de la matriz Jacobiana, con el cual se realiza un análisis exhaustivo de las singularidades dentro del espacio de trabajo y permite seleccionar las dimensiones óptimas para diseñar un robot en función del espacio de trabajo que se necesite.

Finalmente, se plantea una nueva ley de semejanzas para seleccionar las dimensiones del robot y obtener un espacio libre de configuraciones singulares. Se utiliza MATLAB<sup>®</sup> como plata forma de pruebas y lenguaje de programación.

## II. EL ROBOT PARALELO PLANAR 3RRR

El Robot Paralelo planar 3RRR consiste de una plataforma móvil conectada a una plataforma fija por tres cadenas cinemáticas independientes, cada cadena cinemática posee dos eslabones y tres articulaciones de tipo rotacional de un grado de libertad, dos de las cuales son pasivas mientras que la restante es activa [3].

El efector final (plataforma móvil) se conecta a los eslabones con una junta pasiva, y los eslabones se conectan a la base con una junta activa. Esta configuración conforma el robot paralelo planar 3 RRR (Fig. 1).

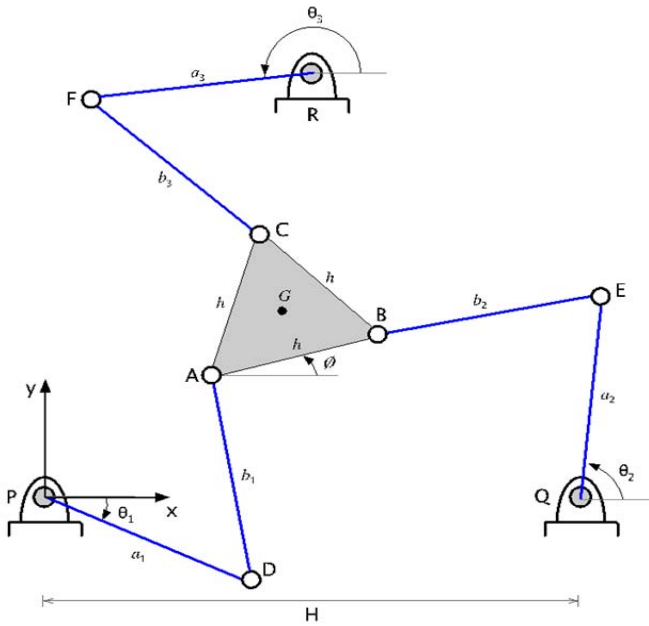


Figura 1. Robot Paralelo Planar 3RRR (RPP).

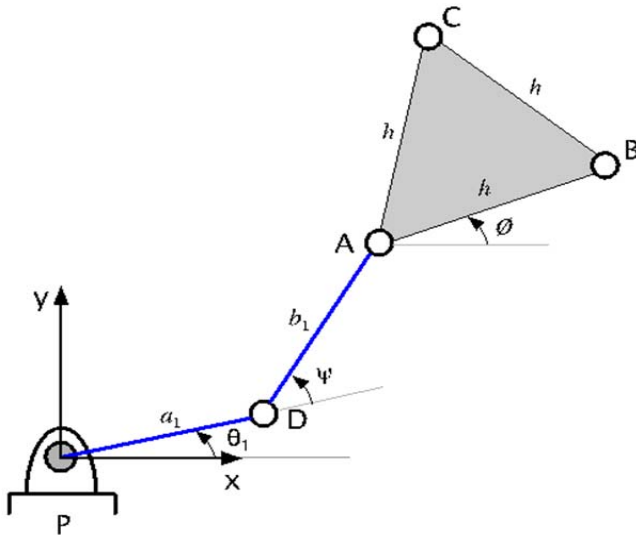


Figura 2. Ángulos relacionados a una cadena cinemática típica de un Robot Paralelo Planar 3RRR.

### A. Geometría del Robot

Para determinar la geometría consideremos la Fig. 1, en la cual el origen del marco de referencia está localizado en el punto P. El eje  $x$  está a lo largo de la dirección  $PQ$  y el eje  $y$  es perpendicular a  $PQ$ . Se asume que la plataforma  $ABC$  y el triángulo formado por  $PQR$ , son triángulos equiláteros (donde  $AB=BC=AC$  y  $PQ=QR=RP$ ).

La localización de la plataforma móvil, se puede especificar en términos de la posición del punto A, y la orientación dada por el ángulo  $\phi$  [3]. Por lo tanto, las coordenadas del punto B y C se pueden determinar en términos de A y  $\phi$ . Para la

coordenada del punto B, tenemos que:

$$\begin{aligned} x_B &= x_A + h \cos \phi \\ y_B &= y_A + h \sin \phi \end{aligned} \quad (1)$$

Mientras que para la coordenada del punto C, tenemos que

$$\begin{aligned} x_C &= x_A + h \cos(\phi + \pi/3) \\ y_C &= y_A + h \sin(\phi + \pi/3) \end{aligned} \quad (2)$$

Considerando la Fig. 2, donde se muestra la primera cadena cinemática, podemos escribir la siguiente relación vectorial:

$$\overline{PA} = \overline{PD} + \overline{DA} \quad (3)$$

Si expresamos la relación anterior, según las coordenadas establecidas, tenemos que:

$$\begin{aligned} x_A &= a_1 \cos \theta_1 + b_1 \cos(\theta_1 + \psi_1) \\ y_A &= a_1 \sin \theta_1 + b_1 \sin(\theta_1 + \psi_1) \end{aligned} \quad (4)$$

Debido a que  $\psi_1$ , es un ángulo de una junta pasiva, se puede

eliminar de las dos ecuaciones anteriores, con lo cual:

$$\begin{aligned} x_A &= a_1 \cos \theta_1 + b_1 \cos \theta_1 \\ y_A &= a_1 \sin \theta_1 + b_1 \sin \theta_1 \end{aligned} \quad (5)$$

Sumando los cuadrados de las dos ecuaciones anteriores y simplificando, resulta que:

$$x_A^2 + y_A^2 - 2x_A a_1 \cos \theta_1 - 2y_A a_1 \sin \theta_1 + a_1^2 - b_1^2 = 0 \quad (6)$$

En el caso de los otros dos miembros, podemos aplicar el proceso descrito anteriormente, para obtener las ecuaciones de cada cadena.

### B. Cinemática Inversa

La idea de la cinemática inversa consiste en encontrar los ángulos  $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ , (Fig. 1), coordenadas articulares, conocida la localización  $(x_G, y_G, \phi)$  de la plataforma móvil. Para ello se puede analizar cada cadena cinemática por separado. En el caso de la primera cadena cinemática, (6) puede ser escrita como:

$$e_1 \sin \theta_1 + e_2 \cos \theta_1 + e_3 = 0 \quad (7)$$

Donde,

$$\begin{aligned} e_1 &= -2y_A a_1 \\ e_2 &= -2x_A a_1 \\ e_3 &= x_A^2 + y_A^2 + a_1^2 - b_1^2 \end{aligned} \quad (8)$$

Sustituyendo en (7) la fórmula de la tangente del ángulo mitad y simplificando obtenemos la expresión:

$$\theta_1 = 2 \tan^{-1} \left( \frac{-e_1 \pm \sqrt{e_1^2 + e_2^2 - e_3^2}}{e_3 - e_2} \right) \quad (9)$$

Como es de esperarse, a partir de (9) se obtienen dos soluciones para  $\theta_1$ , las cuales corresponden a las dos posibles configuraciones de la cadena cinemática. En total se tienen ocho posibles posturas o modos de trabajo del robot. Aunque, como se analiza más adelante solo dos de ellas son adecuadas.

### III. ESPACIO DE TRABAJO

El espacio de trabajo se puede definir como aquel conjunto de puntos en los cuales el robot se puede posicionar cuando las variables articulares evolucionan de tal manera que se alcanzan todos los puntos del dominio de configuraciones admisibles. El espacio de trabajo depende de los límites mecánicos, de las posibles colisiones entre los eslabones y de las singularidades.

En el caso del robot estudiado, el tamaño del espacio de trabajo depende en gran medida de la orientación de su plataforma móvil, obteniendo el mayor espacio de trabajo cuando la orientación de la plataforma es  $0^\circ$ . Además, es de advertir que el espacio de trabajo se reduce significativamente cuando aparecen singularidades dentro de éste, pudiendo separarlo en pequeñas regiones, hasta el punto en el que el robot puede ser totalmente inoperable.

El espacio de trabajo para una determinada posición y orientación de la plataforma móvil se puede encontrar a partir de (9). Si ésta ecuación genera una raíz doble, el robot estará en una configuración singular inversa (con los eslabones de una cadena cinemática completamente estirados o completamente doblados), mientras que si con la ecuación se tienen raíces imaginarias, la configuración (posición y orientación de la plataforma móvil) no es alcanzable [1].

Para determinar el espacio de trabajo (ideal) se utilizó MATLAB®, y se consideraron los siguientes parámetros:

- Longitud de los eslabones: 40 cm
- Longitud del lado de la plataforma móvil: 10 cm
- Separación entre los actuadores: 100 cm
- Puntos evaluados: 3, 682, 561

El resultado obtenido se muestra en la Fig. 3. y muestra el espacio de trabajo en función de la orientación. Se puede observar que el espacio de trabajo es mayor cuando la orientación de la plataforma móvil es de  $0^\circ$  y disminuye conforme la orientación se aleja de  $0^\circ$ . Además, hay que hacer notar que se trata del espacio de trabajo ideal para una orientación específica de la plataforma móvil, éste disminuirá según aparezcan configuraciones singulares dentro del mismo.

### IV. CINEMÁTICA DE VELOCIDAD: MATRIZ JACOBIANA

El objetivo del análisis de la cinemática de velocidad consiste en determinar las relaciones existentes entre las velocidades articulares y la velocidad del efector final del robot, como se demuestra en [4] esta relación viene dada por:

$$J_x \dot{x} = J_q \dot{q} \tag{10}$$

Donde:

$J_x$ : Es la matriz Jacobiana directa, la cual permite conocer la velocidad de la plataforma móvil a partir de los valores de las velocidades de cada articulación.

$J_q$ : Es La matriz Jacobiana inversa, la cual permite conocer las velocidades articulares a partir de una determinada velocidad de la plataforma móvil.

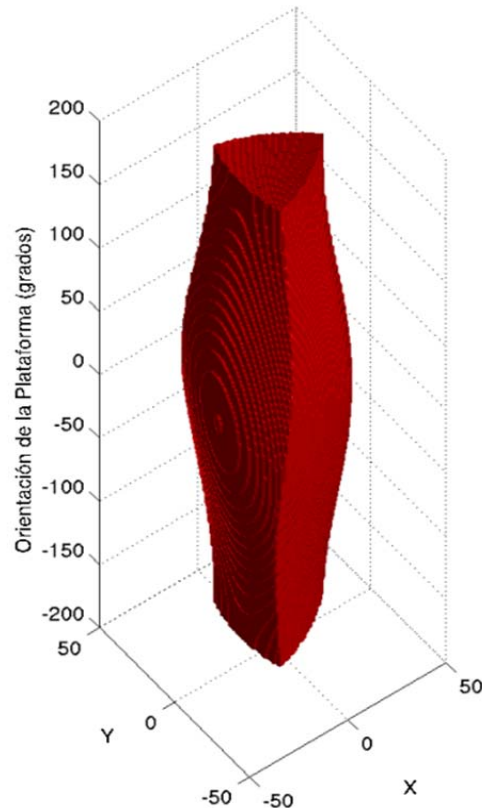


Figura 3. Espacio de Trabajo Ideal del RPP 3RPR según la orientación.

#### A. Jacobiano Basado en la Teoría de Screws

Una de las herramientas que resulta más eficaz para modelar la cinemática de un robot y su comportamiento diferencial son los denominados “Screws”.

El movimiento general de un cuerpo rígido puede ser descrito por una rotación en torno a un eje único y una traslación a lo largo del mismo eje, este movimiento combinado es llamado desplazamiento Screw o Twist, y el eje único es llamado eje Screw de desplazamiento [5]. La razón de traslación a rotación se denomina Pitch ( $\lambda$ ). Un Twist unitario para una junta de revolución se define como

$$\hat{\$} = \begin{bmatrix} s \\ s_0 \times s \end{bmatrix} \tag{11}$$

Donde  $s$ , es un vector unitario apuntando en la dirección del eje Screw y  $s_0$  es un vector de posición de cualquier punto del eje Screw. El eje Screw y el pitch determinan el Screw y el

desplazamiento queda completamente definido cuando se especifica la intensidad del eje Screw. Siendo  $\dot{q} = \dot{\theta}$  la intensidad del Twist, éste puede ser escrito como:

$$\$_ = \dot{q}\hat{\$_} \quad (12)$$

Hay que recordar también que cualquier sistema de fuerzas y pares actuando sobre un cuerpo rígido se puede reducir a una única fuerza y par resultante aplicados sobre un punto específico, Esta combinación de la fuerza (F) y par (c) es llamado Wrench y el eje único es llamado eje Wrench o eje Screw. Análogamente a un Twist, el Pitch de un Wrench se define como la razón del par a la fuerza ( $\lambda_r = c/F$ ). Un Wrench unitario para una junta de revolución se define como:

$$\hat{\$_}_r = \begin{bmatrix} s_r \\ s_{r0} \times s_r \end{bmatrix} \quad (13)$$

Para el robot estudiado, existen tres Screws asociados a cada cadena cinemática (Fig. 4), que corresponden a cada una de las juntas que conforman cada cadena. Considerando  $s_{j,i}$  un vector unitario a lo largo del eje de la j-ésima junta correspondiente a la i-ésima cadena cinemática, los tres Screws unitarios correspondientes a la primera cadena cinemática (Fig. 4) los podemos escribir como:

$$\hat{\$_}_{1,i} = \begin{bmatrix} s_{1,i} \\ p_1 \times s_{1,i} \end{bmatrix}, \hat{\$_}_{2,i} = \begin{bmatrix} s_{2,i} \\ l_1 \times s_{2,i} \end{bmatrix}, \hat{\$_}_{3,i} = \begin{bmatrix} s_{3,i} \\ a_1 \times s_{3,i} \end{bmatrix} \quad (14)$$

Donde,

$$p_1 = \overline{OP}, l_1 = \overline{OD}, a_1 = \overline{OA}, \text{ y } s_{1,i} = s_{2,i} = s_{3,i} = \hat{k}$$

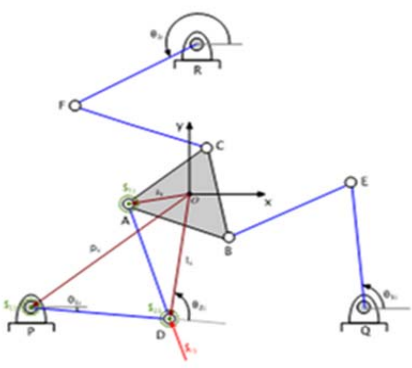


Figura 4. RPP 3RRR. Las juntas pasivas de la primera cadena corresponden a los puntos D y A.

Cada cadena cinemática se puede considerar como una cadena cinemática abierta y expresar el Twist instantáneo de la plataforma móvil en términos de los Screws de las juntas, en el caso de la primera cadena cinemática tenemos:

$$\$_{p1} = \dot{\theta}_1 \hat{\$_}_{1,i} + \dot{\theta}_2 \hat{\$_}_{2,i} + \dot{\theta}_3 \hat{\$_}_{3,i} \quad (15)$$

Los últimos dos términos de (15) corresponden a juntas pasivas por lo tanto pueden ser eliminados si aplicamos el

concepto de los Screws recíprocos [1]. A partir de la Fig. 4, se puede identificar que el único Screw que es recíproco a las juntas pasivas está a lo largo del segundo eslabón (línea que une ambas juntas) y viene dado por:

$$\hat{\$_}_r = \begin{bmatrix} s_{r1} \\ a_i \times s_{r1} \end{bmatrix} \quad (16)$$

Tomando el producto ortogonal de (15) con (16) tenemos que:

$$\hat{\$_}'_{r1} \$_{p1} = \dot{\theta}_{1,i} (\hat{\$_}'_{r1} \$_{1,i}) \quad (17)$$

Considerando las tres cadenas cinemáticas, podemos escribir (17) como:

$$\hat{\$_}'_{r,i} \$_p = \dot{q}_{1,i} (\hat{\$_}'_{r,i} \$_{1,i}) \quad (18)$$

Lo cual es equivalente a la relación  $J_x \dot{x} = J_q \dot{q}$ , dada por (10). Por lo tanto las matrices Jacobianas son:

$$J_x = \begin{bmatrix} \hat{\$_}'_{r1} \\ \hat{\$_}'_{r2} \\ \hat{\$_}'_{r3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (a_1 \times s_{r1})' & s'_{r1} \\ (a_2 \times s_{r2})' & s'_{r2} \\ (a_3 \times s_{r3})' & s'_{r3} \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$J_q = \begin{bmatrix} \hat{\$_}'_{r1} \$_{1,1} & 0 & 0 \\ 0 & \hat{\$_}'_{r2} \$_{1,2} & 0 \\ 0 & 0 & \hat{\$_}'_{r3} \$_{1,3} \end{bmatrix} \quad (20)$$

Donde  $\hat{\$_}'_{r1}, \hat{\$_}'_{r2}, \hat{\$_}'_{r3}$  son los Screws recíprocos (Wrench) de cada cadena cinemática y  $\$_{1,1}, \$_{1,2}, \$_{1,3}$  son los Screws (Twist) asociados a la junta activa correspondiente a cada cadena cinemática.

Una matriz Jacobina global que relaciona tanto las velocidades articulares como las de la plataforma móvil se puede obtener a partir de (10), asumiendo que:

## V. CONFIGURACIONES SINGULARES

Las configuraciones singulares son aquellas configuraciones en las cuales el robot pierde o gana uno o más grados de libertad instantáneamente, perdiendo su capacidad de movilidad y trabajo para el cual se diseñó [1]. Además, como comenta Yang [2], existe una compleja configuración singular, la cual aparece dentro del espacio de trabajo, separándolo en pequeñas regiones y reduciéndolo aún más.

Teniendo en cuenta las propiedades de las matrices Jacobianas, las configuraciones singulares se pueden clasificar en tres tipos: singularidad inversa, singularidad directa y singularidad combinada [5].

### A. Singularidades de Cinemática Inversa

En este tipo de singularidades el manipulador pierde uno o más grados de libertad, cinemáticamente significa que aunque se aplique cierto par a los actuadores la plataforma móvil permanecerá estacionaria. Este tipo de singularidades ocurren

cuando el determinante de la matriz  $J_q$  es singular. Geométricamente, esto significa que una o más piernas estarán completamente extendidas o completamente dobladas.

*B. Singularidades de Cinemática Directa*

En este tipo de singularidades el manipulador gana uno o más grados de libertad, cinemáticamente significa que aunque los actuadores estén bloqueados, la plataforma puede realizar movimientos infinitesimales de rotación o traslación. Este tipo de singularidades ocurren cuando el determinante de la matriz  $J_x$  es cero y se presentan dentro del espacio de trabajo, por lo tanto son las singularidades más importantes de analizar.

*C. Singularidades Combinadas*

Este tipo de singularidades ocurre cuando tanto el determinante de la matriz  $J_q$  como el de la matriz  $J_x$  son cero. Este tipo de singularidades se presentan solo cuando el robot posee algunas arquitecturas particulares tal como se analiza en [5].

VI. ÍNDICE DE CONDICIÓN DE LA MATRIZ JACOBIANA

*A. Número e Índice de Condición de la Matriz Jacobiana*

El número de condición de una matriz, expresa la sensibilidad de la solución de un sistema matricial a los errores en los datos conocidos y/o de la matriz misma. Sea  $J$  la matriz Jacobiana, el número de condición ( $k$ ) de esta matriz viene definido por:

$$k(J) = \|J^{-1}\| \|J\| \tag{22}$$

El número de condición varía entre 1 y el infinito, y ya que un valor infinito es un valor relativo, no permite analizar de manera adecuada el desempeño del manipulador. Una solución a este problema consiste en considerar el inverso del número de condición conocido como Índice de Condición (CI), es decir:

$$CI = \frac{1}{k(J)} \tag{23}$$

El valor del  $CI$  podrá entonces tomar valores entre 0 y 1, cuando el  $CI$  se aproxime a 1, se puede decir que la matriz  $J$  estará bien condicionada, lo que implicará que el manipulador se encontrará lejos de singularidades, si por el contrario, el  $CI$  tiende a 0, se estará cerca de una configuración singular.

*B. Índice de Condición Global (GCI)*

El  $GCI$  es un valor que permite evaluar el desempeño del manipulador de forma global sobre todo el espacio de trabajo. Si el  $GCI$  se acerca a cero, se dice que el espacio de trabajo del manipulador está mal condicionado. Si el  $GCI$  se acerca a 1 se dice que dicho espacio está bien condicionado. El  $GCI$ , se puede calcular como:

$$GCI = \frac{\sum(CI)}{n} \tag{24}$$

Donde  $n$  es el número de nodos de una malla del espacio de trabajo discretizado; y el numerador es la suma del Índice de Condición (CI) de los distintos nodos que componen dicha

mall.

*C. Homogenización de la Matriz Jacobiana*

Para que el Índice de Condición se pueda evaluar de manera adecuada, las matrices Jacobianas deben de ser consistentes en términos de unidades. En el caso del manipulador 3RRR el número de condición solo es consistente en el caso de la matriz  $J_q$ , ya que sus elementos tienen dimensiones homogéneas. Sin embargo, la matriz  $J_x$  no es homogénea. Para corregir esto, se divide cada término de la segunda columna de  $J_x$  por una longitud característica.

Según Lou [6], se puede considerar la longitud característica como el valor promedio del radio de la plataforma móvil, por lo tanto la matriz ya homogenizada será:

$$J_x = \begin{bmatrix} (a_1 \times s_{r1})' & s'_{r1}/L \\ (a_2 \times s_{r2})' & s'_{r2}/L \\ (a_3 \times s_{r3})' & s'_{r3}/L \end{bmatrix} \tag{25}$$

VII. DIMENSIONES ÓPTIMAS DEL ROBOT

Para seleccionar las dimensiones del robot se consideró que se deseaba cubrir un área de 30 cm × 30 cm. Luego, se desarrolló un programa en MATLAB®, y se analizó el espacio de trabajo para 1000 diferentes dimensiones del robot. Además, para optimizar el desempeño del manipulador, se evaluó el Índice de Condición local (CI) y el Índice de Condición Global (GCI). Algunos de los resultados se muestran en las Fig. 5-7.

Hay que hacer notar que las dimensiones del área a cubrir solo se tomaron como referencia para el análisis, pero tal como se plantea posteriormente, los resultados se pueden generalizar a cualquier área que se desee cubrir.

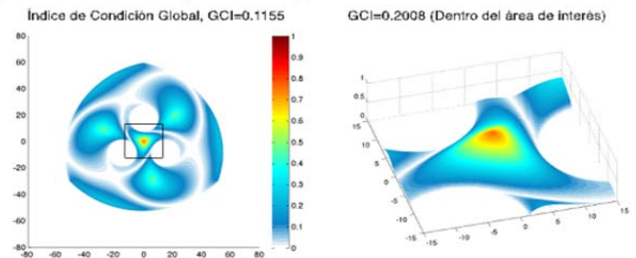


Figura 5. Índice de Condición Global. Dimensiones: eslabones a=40 cm, b=30 cm, plataforma móvil h=40cm, separación de los actuadores H=70 cm.

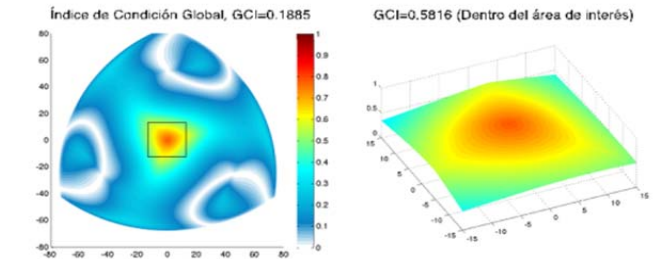


Figura 6. Índice de Condición Global. Dimensiones: eslabones a=60 cm, b=60 cm, plataforma móvil h=10 cm, separación de los actuadores H=100 cm.

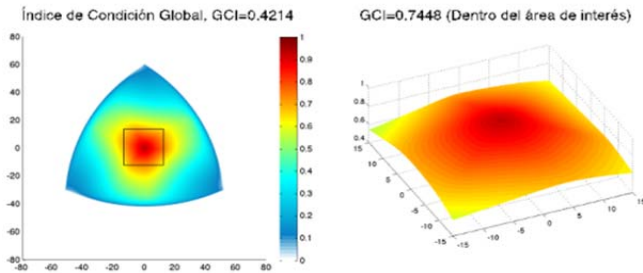


Figura 7. Índice de Condición Global. Dimensiones: eslabones  $a=60$  cm,  $b=60$  cm, plataforma móvil  $h=10$  cm, separación de los actuadores  $H=100$  cm.

### VIII. SELECCIÓN DEL MODO DE TRABAJO

Cuando el robot posee múltiples soluciones para la cinemática inversa, es posible utilizar el Índice de Condición de la matriz Jacobiana para elegir el modo de trabajo más adecuado. Con el fin de verificar el mejor modo de trabajo y con las dimensiones elegidas, se realizó una simulación en MATLAB® para los ocho modos de trabajo del Robot paralelo planar 3RRR. Los resultados se muestran en la Fig. 8.

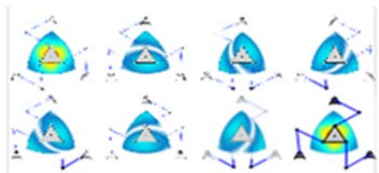


Figura 8. Posturas o Modos de Trabajo del Robot Paralelo Planar 3RRR.

Según el análisis realizado y de acuerdo a la Fig. 8, los modos de trabajo adecuados para el robot paralelo planar 3RRR, corresponden al primero y último, en los otros modos de trabajo aparecen singularidades dentro del espacio de trabajo.

### IX. RESULTADOS OBTENIDOS: LEY DE SEMEJANZAS

A partir del análisis y las pruebas realizadas se puede establecer que existen muchas dimensiones del robot que resultarán en singularidades dentro del espacio de trabajo. Pero, a partir de las pruebas se puede observar que para obtener las dimensiones óptimas, libre de configuraciones singulares, para determinado robot y tomando de base la distancia entre los actuadores ( $H$ ) se deberá de cumplir una ley de semejanzas en la cual:

- Dimensión del lado de la plataforma móvil:

$$h = \frac{1}{10}H \quad (26)$$

- Dimensión de los eslabones:

$$a = b = \frac{2}{5}H \quad (27)$$

Lo anterior significa que a partir de la dimensión de la

separación de los actuadores ( $H$ ), la dimensión de la plataforma móvil ( $h$ ) deberá ser el 10% de  $H$ . Las dimensiones de los eslabones deberán ser iguales ( $a=b$ ) y con un valor del 40% de  $H$ . Para probar la ley de semejanzas se realizaron pruebas adicionales tomando en cuenta las condiciones planteadas por (26) y (27). Si consideramos una de las pruebas realizadas en la cual la separación de los actuadores fue de 200 cm, tenemos que:

- $h = \frac{1}{10}H = \frac{1}{10}(200) = 20$  cm
- $a = b = \frac{2}{5}H = \frac{2}{5}(200) = 80$  cm

La gráfica del Índice de Condición para estas dimensiones se muestra en la Fig. 9.

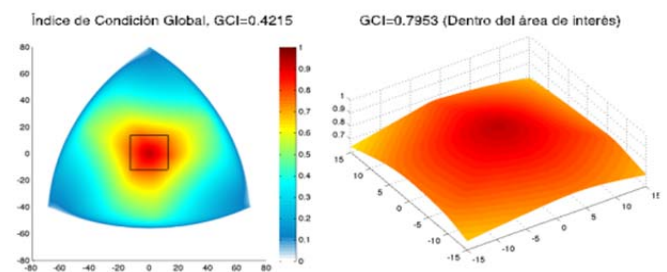


Figura 9. Índice de Condición Global. Dimensiones: eslabones  $a=80$  cm,  $b=80$  cm, plataforma móvil  $h=20$  cm, separación de los actuadores  $H=200$  cm.

### X. CONCLUSIONES

Se realizó un análisis exhaustivo de las configuraciones singulares del Robot Paralelo Planar 3RRR, y se analizó el comportamiento global del robot evaluando el Índice de Condición Global (GCI). El GCI se obtiene discretizando el espacio de trabajo en una malla de  $n$  nodos, evaluando el Índice de Condición para cada nodo, luego sumando estos Índices y dividiendo este resultado entre el número de nodos.

Los resultados demuestran que el Índice de Condición de la matriz Jacobiana resulta ser una herramienta efectiva para determinar las regiones singulares dentro del espacio de trabajo del robot. También, se determinó que el Índice de Condición es una herramienta importante para determinar el mejor modo de trabajo en robots que poseen múltiples soluciones para la cinemática inversa. Finalmente, se encontró una nueva la ley de semejanzas que permite seleccionar las dimensiones óptimas de cualquier robot paralelo planar 3RRR en función del área en la cual se desee que el robot opere.

### REFERENCIAS

- [1] M. N. Cardona. Análisis de Singularidades de Robots Paralelos Planares 3RRR basado en un Índice de Condición de la Matriz Jacobiana. XVIII International Congress of Electronic, Electrical and Systems Engineering, IEEE, Lima Perú, September 2011.
- [2] G. Yang, W. Chen and I. Chen. A Geometrical Method for the Singularity Analysis of 3RRR Planar Parallel Robots with Different Actuation Schemes. Intl. Conference on Intelligent Robots and Systems. EPFL, Lausanne, Switzerland, October 2002.
- [3] M. N. Cardona. Análisis Cinemático de Robots Paralelos Planares 3RRR. XXIX Convención de Centro América y Panamá del IEEE,

- CONCAPAN. San Pedro Sula, Honduras, Noviembre 2009.
- [4] C.M. Gosselin and J. Angeles. Singular Analysis of Closed-Loop Kinematic Chains, Transactions on Robotics and Automation, Vol.6, N. 3, pp.281-290, 1990.
  - [5] Lung-Wen Tsai. Robot Analysis, The Mechanics of Serial and Parallel Manipulators. John Wiley and Sons, Inc. 1999.
  - [6] Yunjiang Lou, etal. Optimal design of parallel manipulators for maximum effective regular workspace. Intelligent Robot and Systems. IEEE/RSJ International Conference on. Issue 2-6. Pages. 795-800, 2005.
  - [7] Rooney J. and C.F Earl. Manipulator postures and kinematics assembly configurations. In: 6th World congress on theory of machines and mechanisms, New Delhi pp. 1014-1020.
  - [8] Merlet J.P. Parallel Robots. 2nd Edition. Springer, 2006.



**Manuel Napoleón Cardona Gutiérrez** recibió el título de Ingeniero Electricista de la Universidad de Sonsonate, El Salvador, en el 2004 y el título de Máster en Automática y Robótica de La Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales (ETSII) de la Universidad Politécnica de Madrid (UPM), Madrid, España, en el 2008. Posee un Postgrado en Gestión de la Innovación por la Universidad de Leipzig, Alemania y el ISEADE, un Postgrado en Investigación Científica por la Universidad Evangélica de El Salvador y un Certificate of Proficiency in English (CPE) por el Centro Cultural Salvadoreño Americano. El trabaja como Investigador en la Facultad de Ingeniería, Escuela de Electrónica de la Universidad Don Bosco (UDB), y como profesor hora clase en la Universidad de Sonsonate (USO). Entre los años 2007-2008 y en el 2011, perteneció al grupo de investigación de Robots y Maquinas Inteligentes de la ETSII de la Universidad Politécnica de Madrid (UPM-DISAM), investigando sobre modelado matemático y análisis cinemático de robots paralelos. Sus áreas de investigación actuales incluyen: cinemática y dinámica de robots seriales y paralelos, sistemas embebidos, inteligencia y visión artificial y aplicaciones de los sistemas robóticos. Además, es miembro del IEEE, consejero de la rama estudiantil del IEEE de la USO y consejero de la Sociedad de Robótica y Automatización (RAS) de la rama estudiantil de la UDB.